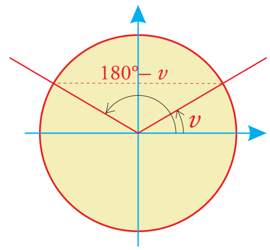
3. Vilkårlige trekanter

I dette afsnit vil vi beskæftige os med trekanter, der ikke nødvendigvis er retvinklede. De formler, der er omtalt i afsnittet om retvinklede trekanter, kan ikke bruges her, men der kan opstilles nye formler, der gør det muligt også at beregne ukendte sider og vinkler i skævvinklede trekanter.

Hvis man kender tre stykker - vinkler eller sider - i en trekant, kan man beregne de øvrige vinkler og sider. Dog ikke i en trekant, hvor man kun kender de tre vinkler.



Ved at betragte denne enhedscirkel kan man se, at $\sin(180° - v) = \sin v$

Arealet af en trekant

Vi vil bevise en formel for arealet af en vilkårlig trekant:

Sætning 3.1: Arealet af en trekant

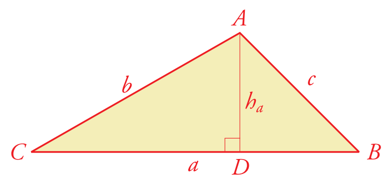
> Arealet T af en vilkårlig trekant er:
>
> $$T = ½\, ab \sin C$$
>
> Her er a og b de *hosliggende* sider til $\angle C$. Tilsvarende gælder:
>
> $$T = ½\, bc \sin A \quad \text{og} \quad T = ½\, ac \sin B$$

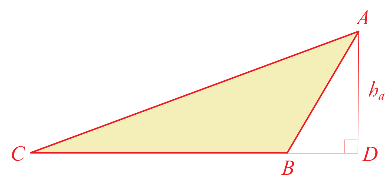
Bevis for sætning 3.1

Figurerne i margenen viser en trekant, hvor vi har tegnet højden h_a fra vinkelspidsen A. Hvis trekanten er spidsvinklet, falder højden inden for trekanten. Hvis $\angle B$ er stump, falder den udenfor. I begge tilfælde kalder vi højdens fodpunkt for D.

Vi ved i forvejen, at trekantens areal er givet ved formlen:

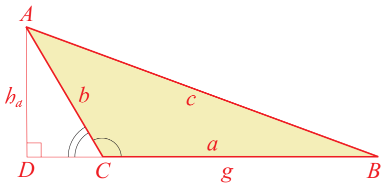
$$T = ½\, h_a a$$





Vi kan finde højden h_a ved at regne på ΔADC. Da trekanten er retvinklet, gælder:

$$\sin C = \frac{h_a}{b}$$



Hvis vinkel C er stump, forløber beviset for sætning 3.1 lidt anderledes. Udfordring: Kig lidt på enhedscirklen overfor og gennemfør så beviset

$$h_a = b \cdot \sin C$$

Indsætter vi dette i $T = ½\, h_a\, a$, får vi:

$$T = ½\, ab \sin C$$

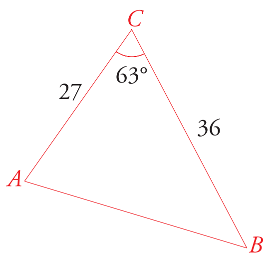
Hermed er beviset ført. De to andre formler bevises på tilsvarende måde.

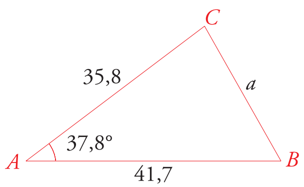
Eksempel 3.2
Man kan finde arealet af den første af de to trekanter i margenen ved at bruge formlen $T = ½\, ab \sin C$:

$$\begin{aligned} T &= ½\, ab \sin C \\ &= ½ \cdot 36 \cdot 27 \cdot \sin 63° = \underline{433} \end{aligned}$$

I den næste trekant kender man ikke $\angle C$, men $\angle A$ og dens to hosliggende sider. I dette tilfælde ser beregningen derfor således ud:

$$\begin{aligned} T &= ½\, bc \sin A \\ &= ½ \cdot 35{,}8 \cdot 41{,}7 \cdot \sin 37{,}1° = \underline{450} \end{aligned}$$





Sinusrelationerne

Når man skal beregne sider og vinkler i vilkårlige trekanter, bruger man to sæt formler, nemlig de såkaldte *sinusrelationer* og de såkaldte *cosinusrelationer*. Vi vil først beskæftige os med sinusrelationerne.

Sætning 3.3: Sinusrelationer

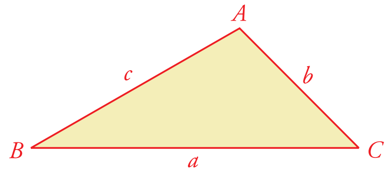
I en vilkårlig trekant ABC gælder:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Forholdet mellem længden af en side og sinus til dens modstående vinkel er det samme for alle sider i trekanten.

Bevis for sætning 3.3

Vi beregner trekantens areal på to forskellige måder. Tager vi udgangspunkt i $\angle A$, får vi arealet $T = ½\ bc \sin A$. Med udgangspunkt i $\angle B$ får vi $T = ½\ ac \sin B$. Da en trekant naturligvis kun har et areal, må der gælde:



$$½\ bc \sin A = ½\ ac \sin B$$

$$bc \sin A = ac \sin B$$

$$b \sin A = a \sin B$$

$$\frac{b \sin A}{\sin B} = a$$

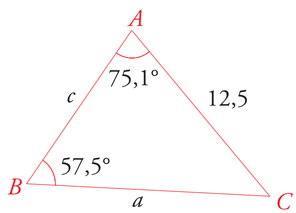
$$\frac{b}{\sin B} = \frac{a}{\sin A}$$

Hermed har vi bevist den første af de tre ligninger i sinusrelationerne. Den næste får vi tilsvarende ud fra $T = ½\ ac \sin B$ og den tredje ved $T = ½\ ab \sin C$.

Eksempel 3.4

I den viste trekant kender vi to vinkler og en side. Den tredie vinkel kan vi beregne af vinkelsummen:

$$\angle C = 180° - 57{,}5° - 75{,}1° = 47{,}4°$$



Siden a finder vi ved hjælp af en sinusrelation:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

$$\frac{a}{\sin 75{,}1°} = \frac{12{,}5}{\sin 57{,}5°}$$

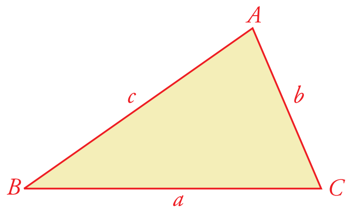
$$a = \frac{12{,}5 \cdot \sin 75{,}1°}{\sin 57{,}5°} = \underline{14{,}3}$$

Siden c finder vi også ved hjælp af en sinusrelation:

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{12{,}5}{\sin 57{,}5°} = \frac{c}{\sin 47{,}4°}$$

$$c = \underline{10{,}9}$$



Cosinusrelationerne

Lige som sinusrelationerne er *cosinusrelationerne* et sæt formler, der bruges til at finde sider og vinkler i trekanter. De to sæt formler supplerer hinanden. I tilfælde, hvor sinusrelationer ikke er egnede til at løse et problem, kan man anvende cosinusrelationer og omvendt.

Sætning 3.5: Cosinusrelationer

Cosinusrelationerne:

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$
$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

I en vilkårlig trekant gælder:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Kommentarer: Sætningen kaldes ofte for "Den udvidede pythagoræiske Læresætning", fordi den minder om Pythagoras' sætning. Den har dog fået et ekstra led, fordi $\angle C$ ikke er ret.

Læg mærke til, at cosinusrelationen ovenfor handler om en side c og dens modstående vinkel C. Inde i formlen indgår de to andre sider. Som cosinusrelationen er formuleret ovenfor, er den let at gå til, hvis man har brug for at finde siden c. Er det derimod siden a, man skal finde, er det ikke $\angle C$, men $\angle A$ der kommer til at indgå i formlen:

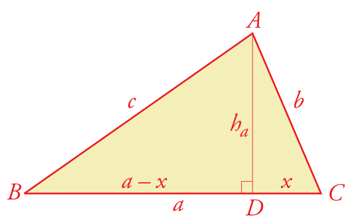
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

Tilsvarende ser relationen således ud, hvis vi skal finde siden b:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

Bevis for sætning 3.5

I ΔABC tegner vi højden h_a fra A og kalder dens fodpunkt for D. For enkelheds skyld kalder vi stykket $|DC|$ for x. Stykket $|BD|$ må da være $a - x$. Vi bruger Pythagoras på ΔABD:



$$(a - x)^2 + h_a^2 = c^2$$
$$a^2 + x^2 - 2ax + h_a^2 = c^2 \qquad (*)$$

Størrelsen h_a^2 indgår ikke i cosinusrelationerne, så vi vil gerne af med den. Pythagoras anvendt på ΔADC giver:

$$x^2 + h_a^2 = b^2$$

som omformes til:

$$h_a^2 = b^2 - x^2$$

Vi indsætter i (*):

$$a^2 - 2ax + x^2 + b^2 - x^2 = c^2$$
$$a^2 + b^2 - 2ax = c^2 \qquad (**)$$

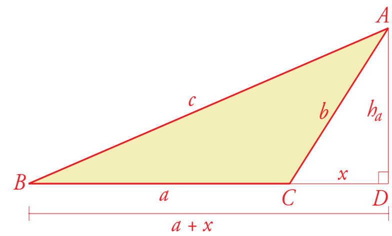
Størrelsen x indgår heller ikke i cosinusrelationerne. Vi får den væk ved at bruge cosinus til $\angle C$ i den retvinklede trekant ΔADC:

$$\cos C = \frac{x}{b}$$

Vi isolerer x og får $x = b \cdot \cos C$, der indsættes i (**):

$$a^2 + b^2 - 2ab\cos C = c^2$$

Hermed er sætningen bevist, når $\angle C$ er en spids vinkel.

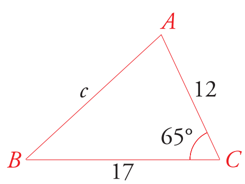


Hvis vinkel C er en stump vinkel, ser trekanten lidt anderledes ud, men beviset kan gennemføres alligevel. Udfordring: Gennemfør beviset

Eksempel 3.6

Vi tænker os, at vi kender $\angle C$ og dens to hosliggende sider. Vi vil finde den modstående side c ved hjælp af en cosinusrelation:

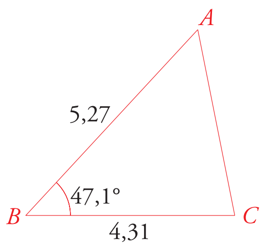
$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab\cos C \\ &= 17^2 + 12^2 - 2 \cdot 17 \cdot 12 \cdot \cos 65° = 260{,}6 \end{aligned}$$



Herefter finder vi c ved at uddrage kvadratroden:

$$c = \sqrt{260{,}6} = \underline{16{,}1}$$

Man kunne også sætte sig for at finde $\angle A$ og $\angle B$, men for øjeblikket lader vi dette problem hvile.



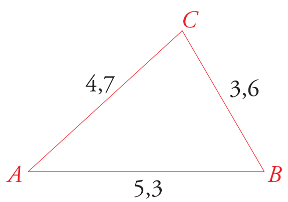
Eksempel 3.7

Vi tænker os, at vi kender $\angle B$ og dens to hosliggende sider. Vi vil beregne den modstående side b. Vi kan imidlertid ikke bruge sætning 4.5 direkte. Da det er $\angle B$, vi kender, skal vi bruge en cosinusrelation på formen:

$$\begin{aligned} b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac\cos B \\ &= 4{,}31^2 + 5{,}27^2 - 2 \cdot 4{,}31 \cdot 5{,}27 \cdot \cos 47{,}1^\circ = 15{,}426 \end{aligned}$$

$$b = \sqrt{15{,}426} = \underline{3{,}93}$$

Cosinusrelationerne er ofte nyttige, når man skal beregne en vinkel. Sådan som vi har skrevet formlerne indtil nu, har de imidlertid været mest velegnede til beregning af en side. Skal man beregne en vinkel som fx $\angle C$, bliver det nødvendigt at isolere cos C i udtrykket $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab$ cos C. Lad os se på et par eksempler:



Eksempel 3.8

Hvis man kender de tre sider i en trekant, kan man bestemme dens vinkler.
Først $\angle C$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

$$5{,}3^2 = 3{,}6^2 + 4{,}7^2 - 2 \cdot 3{,}6 \cdot 4{,}7 \cdot \cos C$$

$$28{,}09 = 12{,}96 + 22{,}09 - 33{,}84 \cdot \cos C$$

$$33{,}84\cos C + 28{,}09 = 35{,}05$$

$$\cos C = \frac{6{,}96}{33{,}84} = 0{,}2057$$

$$33{,}84\cos C = 6{,}96$$

$$C = \cos^{-1} 0{,}2057 = \underline{78{,}1^\circ}$$

$\angle B$ og $\angle A$ findes på samme måde.

Cosinusrelationer
til beregning af vinkler:

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

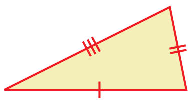
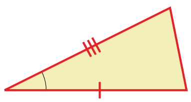
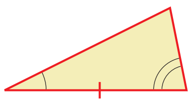
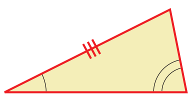
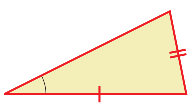
$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

Øvelse 3.9

Isolér cos C i cosinusrelationen $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab$ cos C, så der fremkommer en formel til beregning af vinkel C.
Udled også formler til beregning af vinkel A og vinkel B.

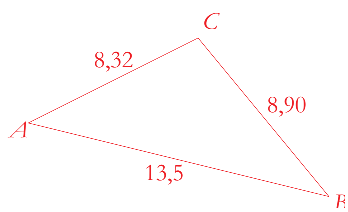
4. DE FEM TREKANTSTILFÆLDE

Vi har tidligere omtalt de fem såkaldte trekantstilfælde og vist, hvordan trekanterne kan konstrueres med passer, lineal og vinkelmåler ud fra tre givne stykker. Her vil vi gennem eksempler se, hvordan man i alle fem tilfælde kan beregne de ukendte sider og vinkler. Først en oversigt:

TREKANTSBEREGNINGER I DE FEM TREKANTSTILFÆLDE		
Figur	Givet	Metode
	Tilfælde nr. 1: ALLE TRE SIDER	1. En vinkel ved cos-relation 2. En anden vinkel ved cos-relation 3. Den tredje vinkel ved vinkelsum
	Tilfælde nr. 2: EN VINKEL OG DE HOSLIGGENDE SIDER	1. Sidste side ved cos-relation 2. En anden vinkel ved sin-relation 3. Den tredje vinkel ved vinkelsum
	Tilfælde nr. 3: TO VINKLER OG DEN MELLELIGGE SIDE	1.Den tredje vinkel ved vinkelsum 2. En anden side ved sin-relation 3. Sidste side ved sin-relation
	Tilfælde nr. 4: TO VINKLER OG EN IKKE MELLEMLIGGENDE SIDE	1. Den tredje vinkel ved vinkelsum 2. En anden side ved sin-relation 3. Sidste side ved sin-relation
	Tilfælde nr. 5: TO SIDER OG EN IKKE MELLEMLIGGENDE VINKEL	1. En vinkel ved sin-relation 2. Den tredje vinkel ved vinkelsum 3. Sidste side ved sin-relation Pas på! Måske to løsninger

Eksempel 4.1: Første trekantstilfælde

I en trekant *ABC* er de tre sider givet. Deres længder er angivet på figuren. Trekantens vinkler ønskes beregnet.



1. Vinkel A beregnes ved en cosinusrelation:

$$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} = \frac{8{,}32^2+13{,}5^2-8{,}90^2}{2\cdot 8{,}32\cdot 13{,}5} = 0{,}7668$$

$\angle A = \underline{39{,}9°}$

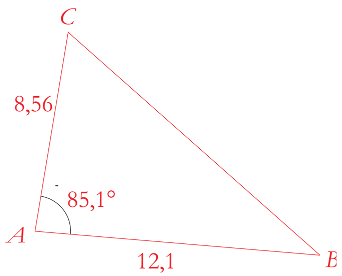
2. Vinkel B beregnes på tilsvarende måde:

$$\cos B = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac} = \frac{8{,}90^2+13{,}5^2-8{,}32^2}{2\cdot 8{,}90\cdot 13{,}5} = 0{,}8000$$

$\angle B = \underline{36{,}9°}$

3. Vinkel C beregnes på tilsvarende måde ved en cosinusrelation til 103,2° . Herefter kan man kontrollere resultatet, idet vinkelsummen bliver:

$$\angle A + \angle B + \angle C = 39{,}9° + 36{,}9° + 103{,}2° = 180°$$



Eksempel 4.2: Andet trekantstilfælde
I trekant ABC er der givet to sider og den mellemliggende vinkel. Størrelserne er angivet på figuren.

1. Den tredie side beregnes af en cosinusrelation:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

$$a^2 = 8{,}56^2 + 12{,}1^2 - 2 \cdot 8{,}56 \cdot 12{,}1 \cdot \cos 85{,}1° = 202{,}0$$

$$a = \underline{14{,}2}$$

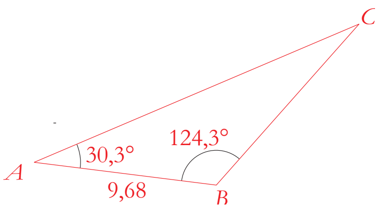
2. Vinkel B findes også ved en cosinusrelation:

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{14{,}2^2 + 12{,}1^2 - 8{,}56^2}{2 \cdot 14{,}2 \cdot 12{,}1} = 0{,}7996$$

$$\angle B = \underline{36{,}9°}$$

3. Vinkel C beregnes ud fra vinkelsummen:

$$\angle C = 180° - 85{,}1° - 36{,}9° = \underline{58{,}0°}$$



Eksempel 4.3: Tredie trekantstilfælde
Trekant ABC er givet ved to vinkler og den mellemliggende side. De givne stykker er vist på figuren i margenen.

1. Vinkel B beregnes ud fra vinkelsummen;

$$\angle C = 180° - 30{,}3° - 124{,}3° = \underline{25{,}4°}$$

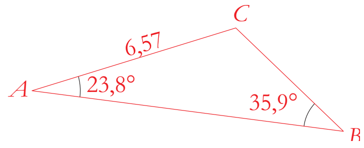
2. Siderne beregnes ved hjælp af sinusrelationer:

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Leftrightarrow \frac{b}{\sin 124{,}3°} = \frac{9{,}68}{\sin 25{,}4°} \Leftrightarrow b = \frac{9{,}68 \cdot \sin 124{,}3°}{\sin 25{,}4°} = 18{,}64$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \Leftrightarrow \frac{a}{\sin 30{,}3°} = \frac{9{,}68}{\sin 25{,}4°} \Leftrightarrow a = \frac{9{,}68 \cdot \sin 30{,}3°}{\sin 25{,}4°} = 11{,}39$$

Eksempel 4.4: Fjerde trekantstilfælde

Trekant ABC er givet ved to vinkler og en ikke mellemliggende side. De givne stykker er vist på figuren i margenen.



1. Vinkel B beregnes ud fra vinkelsummen:

$$\angle C = 180° - 23{,}8° - 35{,}9° = \underline{120{,}3°}$$

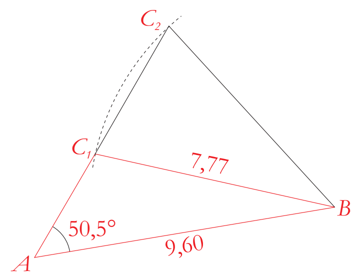
2. Siderne beregnes ved hjælp af sinusrelationer:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Leftrightarrow \frac{a}{\sin 23{,}8°} = \frac{6{,}57}{\sin 35{,}9°} \Leftrightarrow a = \frac{6{,}57 \cdot \sin 23{,}8°}{\sin 35{,}9°} = 4{,}52$$

$$\frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\sin B} \Leftrightarrow \frac{c}{\sin 120{,}3°} = \frac{6{,}57}{\sin 35{,}9°} \Leftrightarrow c = \frac{6{,}57 \cdot \sin 120{,}3°}{\sin 35{,}9°} = 9{,}67$$

Eksempel 4.5: Femte trekantstilfælde

Trekant ABC er givet ved to sider og en ikke mellemliggende vinkel. De givne stykker er anført på figuren.

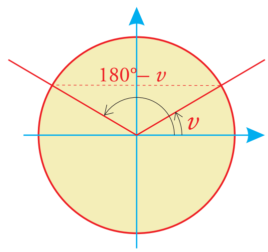


1. Vinklen C beregnes ved hjælp af en sinusrelation:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \Leftrightarrow \frac{7{,}77}{\sin 50{,}5°} = \frac{9{,}60}{\sin C} \Leftrightarrow \sin C = \frac{9{,}60 \cdot \sin 50{,}5°}{7{,}77} = 0{,}9534$$

I trekantstilfælde fem kan der være to løsninger. For at gennemføre en korrekt beregning, er det vigtigt at huske på, at ligningen $\sin C = 0{,}9534$ har to løsninger. Den ene findes ved af anvende invers sinus og den anden ved at trække den først fundne fra 180°. Sådan:

$$\angle C_1 = \sin^{-1}(0{,}9534) = \underline{72{,}4°}$$
$$\angle C_2 = 180° - 72{,}4° = \underline{107{,}6°}$$



To vinkler kan have samme sinus

2. Vinkel B beregnes ud fra vinkelsummen:

$$\angle B_1 = 180° - 50{,}5° - 72{,}4° = \underline{57{,}1°}$$
$$\angle B_2 = 180° - 50{,}5° - 107{,}6° = \underline{21{,}9°}$$

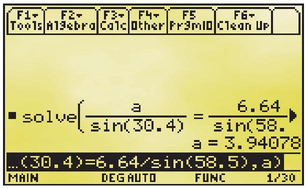
3. Den sidste side beregnes af sinusrelationer:

$$\frac{b_1}{\sin B_1} = \frac{c}{\sin C_1} \Leftrightarrow \frac{b_1}{\sin 57{,}1°} = \frac{9{,}60}{\sin 72{,}4°} \Leftrightarrow b_1 = \frac{9{,}60 \cdot \sin 57{,}1°}{\sin 72{,}4°} = 8{,}46$$

$$\frac{b_2}{\sin B_2} = \frac{c}{\sin C_2} \Leftrightarrow \frac{b_2}{\sin 21{,}9°} = \frac{9{,}60}{\sin 107{,}6°} \Leftrightarrow b_2 = \frac{9{,}60 \cdot \sin 21{,}9°}{\sin 107{,}6°} = 3{,}76$$

5. Beregning med ligningsløser

Mange mennesker er ikke interesseret i teori, men har et behov for at gennemføre mange beregninger i forbindelse med praktiske anvendelser. Sådanne mennesker vil ofte vælge IT-værktøjer til deres beregninger. Her vil vi vise, hvordan en ligningsløser kan benyttes til trekantsberegninger.

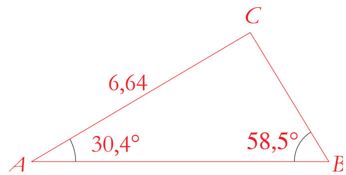


Ligningen fra eksempel 5.1 er indtastet i ligningsløseren og løst til 3,941

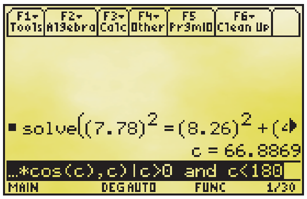
Eksempel 5.1

Vi tænker os, at $\angle A$ = 30,4°, $\angle B$ = 58,5° og b = 6,64. Vores opgave er at beregne a. Vi begynder med at tegne en prøvefigur, og ser straks, at opgaven kan løses med en sinus-relation:

$$\frac{a}{\sin 30{,}4^\circ} = \frac{6{,}64}{\sin 58{,}5^\circ}$$



Dette kan vi indtaste direkte i solveren som vist på skærmbilledet i margenen. Facit bliver 3,941.

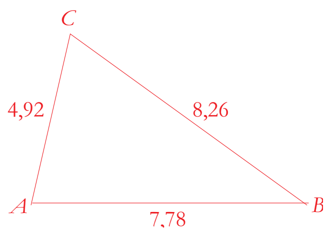


Ligningen fra eksempel 5.2 løses med ligningsløser

Eksempel 5.2

Denne gang tænker vi os, at vi kender trekantens tre sider og skal finde finde $\angle C$ (se prøvefiguren). En cosinusrelation kan løse problemet:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

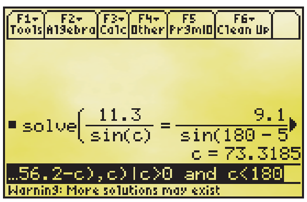


Vi indsætter tallene og indtaster lignignen i ligningsløseren som vist. Facit er $\angle C$ = 66,9°.

Eksempel 5.3

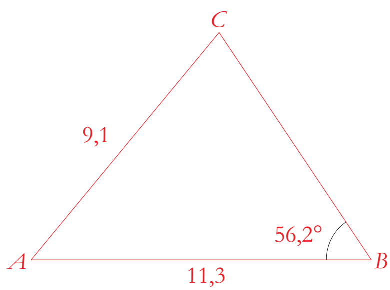
De givne stykker fremgår af prøvefiguren, og opgaven er at finde $\angle C$.

$$\frac{11{,}3}{\sin C} = \frac{9{,}1}{\sin(180^\circ - 56{,}2^\circ - C)}$$



Ligningsløseren har løst ligningen i eksempel 5.3 og fået resultatet C = 73,32°

Den ubekendte C står ganske vist to steder i ligningen, men det generer ikke ligningsløseren. Facit er $\angle C$ = 73,32°.



Trigonometrisk punkt på Fur. Teksten på stenen lyder: Denne Sten og Grunden omkring den i 2 m Afstand er fredet. Navnlig forbydes det at tænde Ild paa eller ved den. GS

6. Landmåling

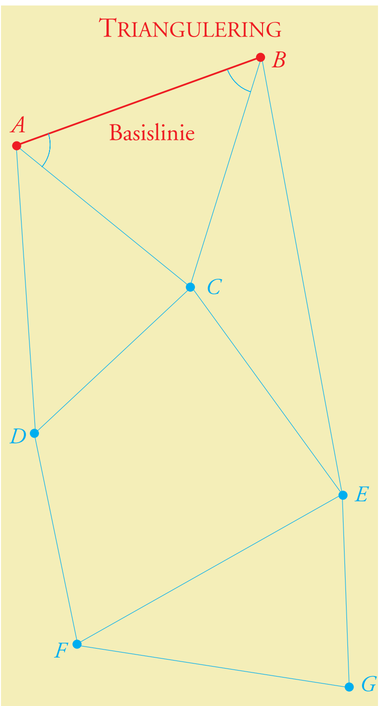
Når vi ser meget gamle kort, lægger vi mærke til, at de er meget unøjagtige. Kendte og tætbefolkede områder er ofte forstørret i forhold til de mere øde. Det er mest søfarende, der har tegnet kortene, og derfor er kystområder som regel tegnet mest korrekt og med flest detaljer.

Et problem for dem, der tegnede de gamle kort, var naturligvis, at de ikke havde mulighed for at gennemføre systematiske målinger af afstande og vinkler.

Moderne kort tegnes så vidt muligt, så de er ligedannede med det landskab, de beskriver. Alle vinkler skal være de samme som i naturen, og alle afstande skal være en bestemt faktor mindre end i naturen. Denne skalafaktor kaldes *målestoksforholdet*. I Danmark fremstiller Kort- og Matrikelstyrelsen (tidligere Geodætisk Institut) detaljerede kort med forskellige målestoksforhold, fx 1:25.000.

Hele Danmark er blevet omhyggeligt udmålt ved en metode, man kalder *triangulering*. Idéen i metoden er, at man kan bestemme afstande med stor nøjagtighed ved at måle vinkler. Figuren på næste side illustrerer fremgangsmåden. Man har udvalgt et antal målepunkter A, B, C, D, osv. på højtliggende steder i landskabet. Disse punkter, som man kalder *trigonometriske punkter* eller geodætiske stationer, er som regel markeret med en muret firkant eller en stor tilhugget sten af ca. en meters højde. To af punkterne er blevet særligt udvalgt, og afstanden mellem dem

En landinspektør arbejder med sin teodolit. Til højre ses et fikspunkt til fastlæggelse af højde



målt meget nøjagtigt. På tegningen er det A og B, der er udvalgt. Linien mellem dem kaldes trianguleringens *basislinje*.

Med en teodolit måler man $\angle CAB$ og $\angle CBA$, hvorefter man i ΔABC kender en side og de to hosliggende vinkler. Man kan derfor beregne længderne af AC og BC ved hjælp af sinusrelationerne.

Herefter vender man sig til ΔADC, hvor man nu kender siden AC. Med teodolitten måler man $\angle DAC$ og $\angle DCA$, hvorefter man på samme måde som før beregner siderne AD og DC. På denne måde kan man arbejde sig gennem alle trekanterne på figuren.

Metoden har været anvendt til at kortlægge hele Danmark ud fra en enkelt basislinie på Amager. Den eneste *afstand*, der er blevet målt, er længden af basislinien. Alle øvrige målinger har været vinkelmålinger, som man kan udføre med meget stor nøjagtighed.

I nyere tid bruger man ofte luftfotografering og satellitbilleder, når der skal tegnes kort. Med disse hjælpemidler kan man få mange detaljer med, så kommunen kan let afsløre det, hvis vi bygger en velstandsknast eller ekstra carport uden byggetilladelse.

Øvelse 6.1

Om trianguleringen på tegningen til venstre oplyses, at længden af basislinien er $|AB| = 2571{,}3$ m, og at $\angle CAB = 59{,}225°$ og $\angle ABC = 52{,}765°$.
Beregn $|AC|$ og $|BC|$.
Herefter måles $\angle DAC = 28{,}875°$ og $\angle ACD = 94{,}135°$. Beregn $|AD|$ og $|CD|$.