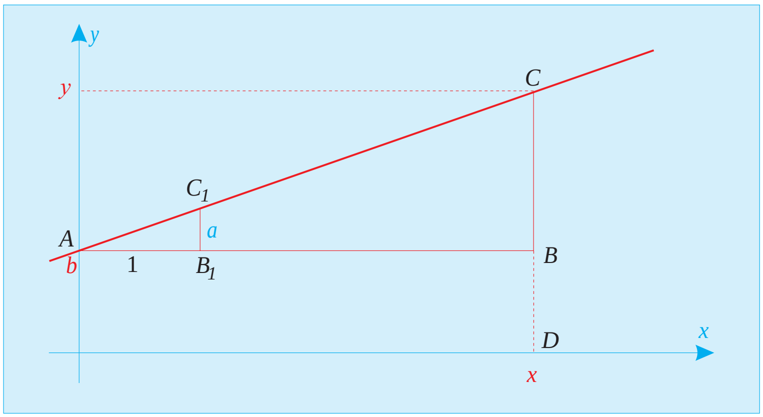
Her gives en mere grundig og matematisk præcis behandling af rette linjer og deres ligninger.

Sætning 4.2: Ligning for en ret linje

> En ret linje, der ikke er parallel med y-aksen, har en ligning af typen $y = ax + b$. Konstanten a er grafens hældning, og b er afskæringen på y-aksen

Bevis for sætning 4.2:



Tegningen viser en ret linje med positiv hældning a og positiv afskæring b. Vi ser på en vilkårlig værdi af den uafhængige variabel x og vil bestemme den tilsvarende y-værdi.

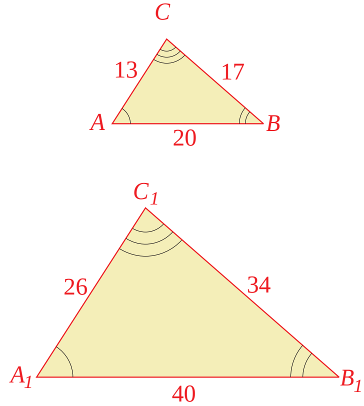
Af figuren ser vi, at $y = |BC| + |DB| = |BC| + b$. For at bestemme $|BC|$ betragter vi de to trekanter $\triangle AB_1C_1$ og $\triangle ABC$. Trekanterne er ensvinklede, fordi de har $\angle A$ fælles og begge har en ret vinkel. For ensvinklede trekanter er der altid et konstant forhold mellem siderne:

$$\frac{|BC|}{a} = \frac{|AB|}{1}$$

$$\frac{|BC|}{a} = \frac{x}{1}$$

$$|BC| = ax$$

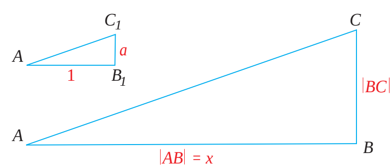
ENSVINKLEDE TREKANTER

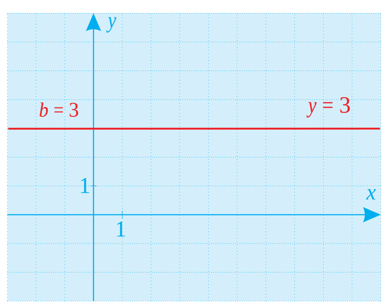


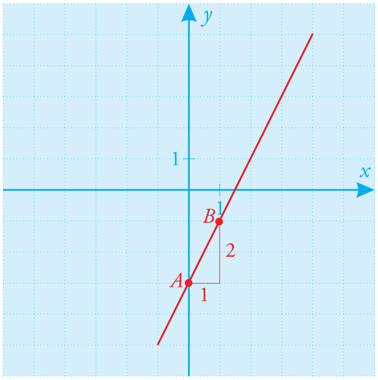
$$\frac{40}{20} = \frac{26}{13} = \frac{34}{17} = 2$$

Skalafaktor =2

Når to trekanter er ensvinklede er forholdet mellem siderne lig med en skalafaktor







Linjen kan tegnes ud fra a og b

Dette indsætter vi i ligningen $y = |BC| + b$ og får:

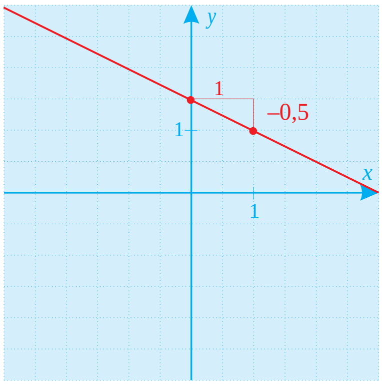
$$y = ax + b$$

Hermed er sætningen bevist i det tilfælde, hvor både a og b er positive. Hvis a eller b er negativ kommer figuren i beviset til at se anderledes ud, men et tilsvarende bevis kan let gennemføres.

Eksempel 4.3: At tegne en linje ud fra *a* og *b*

En lineær sammenhæng har ligningen $y = 2x - 3$. Man kan naturligvis få grafen frem ved at fremstille en tabel med støttepunkter. I dette eksempel vil vi imidlertid benytte en anden fremgangsmåde, idet vi vil udnytte, at en ret linje kan fastlægges ud fra kun to punkter.

Af forskriften ses, at hældningen er $a = 2$, og at afskæringen på y-aksen er $b = -3$. Som det ene af de to punkter, der er nødvendige for at tegne linjen, bruger vi skæringspunktet A med y-aksen, dvs. punktet $(0,-3)$. Det andet punkt B finder vi ved at gå 1 enhed udad i x-aksens retning og 2 opad til punktet $(1,-1)$. Herefter kan vi tegne den rette linje gennem A og B.



På grafen kan man aflæse a og b

Eksempel 4.4: At aflæse ligningen for en linje

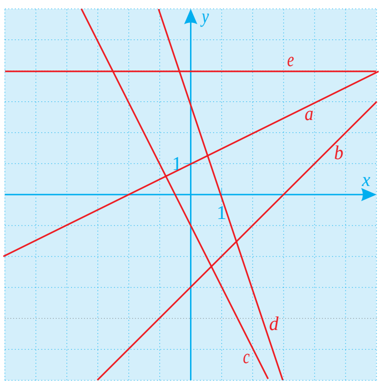
Tegningen i margenen viser grafen for en lineær sammenhæng. Vi vil bestemme ligningen. Da vi ved, at den er af typen $y = ax + b$, drejer det sig kun om at bestemme a og b.

På y-aksen aflæses afskæringen $b = 1{,}5$. Hver gang man går 1 udad i x-aksens retning, aftager linjen med 0,5, dvs. $a = -0{,}5$. Ligningen er altså $y = -0{,}5x + 1{,}5$.

Øvelse 4.5

Tegn i samme koordinatsystem linjerne med følgende ligninger:

$y_1 = 2x + 1$	$y_2 = -2x + 2$
$y_3 = -x - 1$	$y_4 = -1/3x$
$y_5 = 2½x + ½$	$y_6 = 1{,}8x - 1{,}3$
$y_7 = 2$	$y_8 = x - 2$



Linjer til øvelse 4.6

Øvelse 4.6

Bestem ligninger for hver af de linjer, der er tegnet på figuren i margenen.